

Равновесие рычага

Прочитайте начало статьи «[Простые механизмы](#)» — раздел «Рычаг». Нам понадобятся условия равновесия рычага. Напомним их.

- 1) Силы, приложенные к рычагу, уравновешены.
- 2) Суммарный момент сил, вращающих рычаг в одну сторону, равен суммарному моменту сил, вращающих рычаг в другую сторону (моменты вычисляются относительно любой фиксированной оси).

ЗАДАЧА 1. Невесомый стержень AB может свободно вращаться вокруг опоры — точки O такой, что $AO : OB = 2 : 1$. В точке A к стержню подвешивают груз массы m . Груз какой массы m_x нужно подвесить в точке B , чтобы стержень находился в равновесии? С какой силой N опора будет при этом действовать на стержень?

$$m_x = N, N = 2mg$$

ЗАДАЧА 2. Однородный стержень с прикреплённым на одном из его концов грузом массы m находится в равновесии в горизонтальном положении, если его подпереть в точке, расположенной на расстоянии $1/5$ длины стержня от груза. Найдите массу M стержня.

$$M = \frac{8}{3}m$$

ЗАДАЧА 3. На земле лежит прямолинейная однородная труба массой 100 кг. Какую минимальную силу нужно приложить к концу трубы, чтобы приподнять её? Считать $g = 10$ Н/кг.

$$100\sqrt{3}$$

ЗАДАЧА 4. Два человека несут трубу массой 80 кг и длиной 5 м. Первый человек удерживает конец трубы, второй держит трубу на расстоянии 1 м от противоположного конца. Найдите силу, которую каждый человек прикладывает к трубе. Считать $g = 10$ Н/кг.

$$1700\text{ Н}, 1700\text{ Н}$$

ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 2015, ШЭ, 8–9) Лёгкая прямая рейка длиной 100 см с прикреплённым к ней грузом массой 1 кг подвешена за концы: правый конец — на одной вертикальной пружине, левый — на четырёх таких же пружинах (эти четыре пружины тонкие, и поэтому можно считать, что они прикреплены к одной точке). Рейка горизонтальна, все пружины растянуты на одинаковую длину. На каком расстоянии от левого конца рейки находится груз?



$$20\text{ см}$$

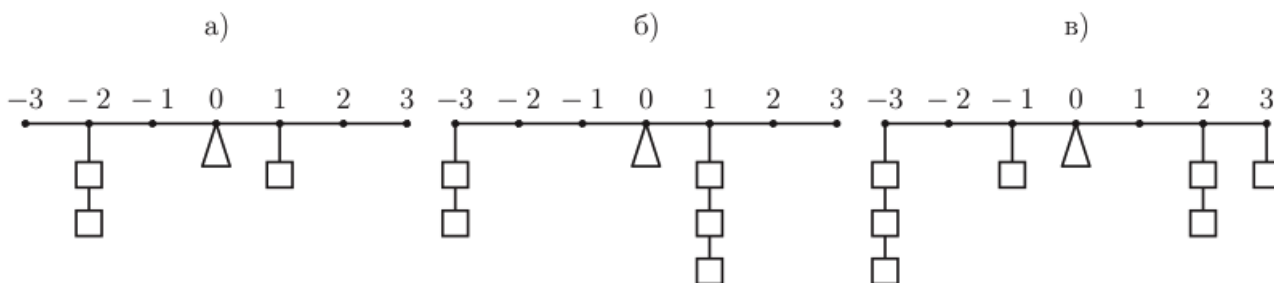
ЗАДАЧА 6. («Росатом», 2014, 8) На неравноплечих весах уравновешены два стакана. Расстояние между центрами стаканов равно l . Из одного стакана взяли массу воды m и перелили во второй. Если при этом опору весов передвинуть на $l/10$, то равновесие весов восстановится. Найдите массу воды в обоих стаканах.

$$10m$$

ЗАДАЧА 7. (МФО, 2010, 7) На лёгком горизонтальном рычаге с двумя опорами находятся пустые лёгкие бочки. Расстояние от оси левой бочки до левой опоры $a = 2$ метра, от оси правой бочки до правой опоры — $c = 3$ метра, расстояние между опорами $b = 1$ метр. В обе бочки одновременно начинают наливать с небольшой скоростью воду из разных кранов. Как должны соотноситься скорости v_1 и v_2 наполнения бочек, то есть массы воды, поступающие в единицу времени в каждую бочку, чтобы система оставалась в равновесии?

$$v_2 > v_1 > v_a$$

ЗАДАЧА 8. (МФО, 2008, 7) На рисунке изображены рычаги, на которых имеются крючки, прикреплённые через одинаковые расстояния. Крючки пронумерованы от -3 до 3 , причем 0 приходится на середину рычага. К некоторым крючкам прикреплено по несколько грузов одинаковой массы. Имеется ещё один такой же не подвешенный груз. К крючку с каким номером n его нужно подвесить, чтобы рычаг находился в равновесии? Решите задачу для каждого из трёх случаев, представленных на рисунке.



$$\text{Во всех случаях } n = 3$$

ЗАДАЧА 9. (МФО, 2014, 8–9) Однородная доска массой 3 кг и длиной 2 м опирается левым концом на одну пружину, а правым концом — на две такие же пружины. Школьница Ирина хочет разместить на доске маленький груз массой m таким образом, чтобы доска была горизонтальна.

А) На каком расстоянии от левого конца доски Ирина должна разместить груз массой $m = 6$ кг? Ответ представьте в сантиметрах и округлите до целых.

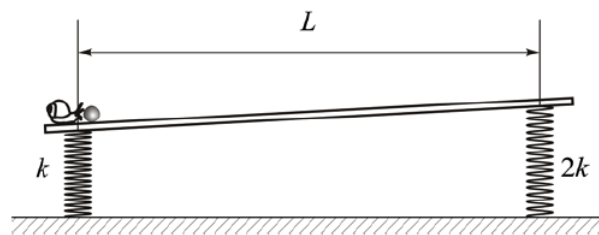
В) При каком минимальном m Ирина сможет добиться горизонтальности доски? Ответ представьте в килограммах и округлите до десятых.

$$\text{А) } 150; \text{ В) } 1,5$$

ЗАДАЧА 10. (Всеросс., 2015, МЭ, 8) Школьник Станислав проводит опыт с однородным цилиндром массой $M = 1$ кг и длиной $L = 1$ м. Прикрепив при помощи тонких лёгких нитей к одному концу цилиндра гирию массой $M = 1$ кг, а к другому — груз массой $3M = 3$ кг, Станислав уравновесил цилиндр на пальце. На каком расстоянии от гири должен находиться палец?

$$70 \text{ см}$$

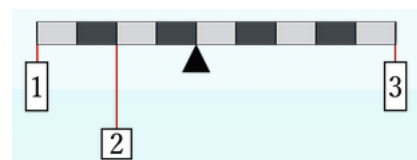
ЗАДАЧА 11. (Всеросс., 2016, МЭ, 8) По длинной прямой однородной палочке слева направо со скоростью u ползёт маленькая улитка и катит перед собой лёгкий маленький шарик. Масса улитки m , а палочки — M . Концы палочки опираются на две вертикальные пружины, расстояние между которыми L . Жёсткость левой пружины k , а правой — $2k$. Длины пружин в недеформированном состоянии одинаковы, а их нижние концы закреплены на одном горизонтальном уровне. В начальный момент улитка находится на левом крае палочки, над левой пружиной (см. рисунок).



Определите, спустя какое время от начала движения улитки шарик начнёт скатываться по палочке в сторону правой пружины. Можно считать, что жёсткости пружин настолько велики, что угол наклона палочки всегда достаточно мал.

$$\frac{ng}{T} \left(\frac{u}{W} + v \right) = ?$$

ЗАДАЧА 12. (Олимпиада Физтех-лицея, 2015, 8) В системе, приведённой на рисунке, масса первого груза равна m , масса второго в $a = 2$ раза больше, а масса третьего в $b = 3$ раза меньше. Масса рычага равна $M = 18$ кг. Чему равна масса m , если система находится в равновесии? Ответ выразить в кг, округлив до десятых.

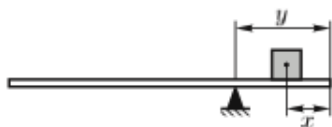


$$? \text{ кг}$$

ЗАДАЧА 13. (МФО, 2012, 8) Гантель состоит из двух шаров одинакового радиуса массами 3 кг и 1 кг. Шары закреплены на концах однородного стержня массой 1 кг так, что расстояние между их центрами равно 1 м. На каком расстоянии от центра шара массой 3 кг нужно закрепить нить на стержне, чтобы гантель, подвешенная за эту нить, висела горизонтально?

$$? \text{ см}$$

ЗАДАЧА 14. (Всеросс., 2010, РЭ, 8) Если груз массы $m = 10$ г поставить на линейку на расстоянии x от её края, то линейка примет горизонтальное положение равновесия при размещении под ней упора на расстоянии y от того же края линейки (см. рисунок внизу).

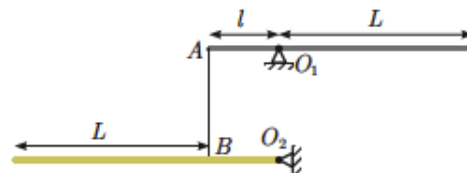


x , мм	y , мм
10	120
30	129
50	137
70	146
90	155
100	160
120	169

Зависимость $y(x)$ при различных размещении груза представлена в таблице справа. Построив график зависимости $y(x)$, определите массу линейки и её длину.

$$M = 12,5 \text{ г}, L = 415 \text{ мм}$$

ЗАДАЧА 15. («Максвелл», 2016, финал, 7) Два однородных стержня одинаковой длины с одинаковой площадью поперечного сечения $S = 1,0 \text{ см}^2$ могут свободно вращаться вокруг неподвижных горизонтальных осей O_1 и O_2 , расположенных на одной вертикали (рисунок справа). Длина короткого участка каждого стержня $l = 51 \text{ см}$, а длинного — $L = 105 \text{ см}$. Стержни находятся в равновесии благодаря нити AB . Верхний стержень изготовлен из стали.



- 1) Какова плотность материала нижнего стержня?
- 2) С помощью таблицы определите, что это за материал.
- 3) Найдите силу T натяжения нити AB .

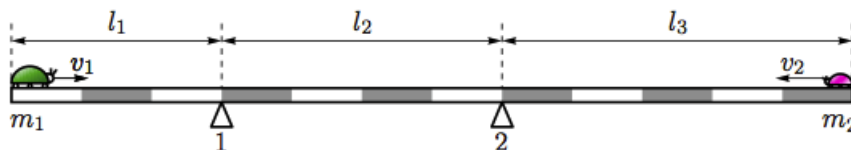
Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ Н/кг}$.

металл	$\rho, \text{ г/см}^3$	металл	$\rho, \text{ г/см}^3$	металл	$\rho, \text{ г/см}^3$
магний	1,74	сталь	7,80	свинец	11,3
алюминий	2,70	никель	8,80	золото	19,3
цинк	7,14	серебро	10,5	платина	21,2

$$N_1 \approx \frac{17}{(1-7)(1+7)} S b^2 d = L \quad (3) \quad \text{и} \quad N_2 = 15 \text{ мН}; \quad (2) \quad t_k = 4 \text{ с}; \quad (3) \quad M_0 \geq 1,4 \text{ г}$$

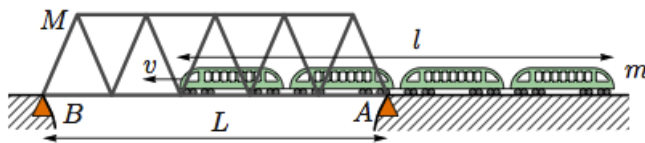
ЗАДАЧА 16. («Максвелл», 2017, финал, 7) Однородная соломинка массой $M = 1 \text{ г}$ лежит горизонтально на двух ветках, которые делят её на участки длиной $l_1 = 6 \text{ см}$, $l_2 = 8 \text{ см}$ и $l_3 = 10 \text{ см}$. Два небольших жука с массами $m_1 = 5 \text{ г}$ и $m_2 = 2 \text{ г}$, сидевших на концах соломинки, одновременно начали движение навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 1 \text{ см/с}$ и $v_2 = 4 \text{ см/с}$ (рис.).

- 1) Найдите силы реакции веток N_1 и N_2 , которые действовали на соломинку до старта жуков, если $g = 10 \text{ Н/кг}$.
- 2) Через какое время t_k после старта соломинка опрокинется, если скольжение между соломинкой и ветками отсутствует?
- 3) Какой должна быть масса соломинки M_0 , чтобы жуки всё-таки встретились?



$$N_1 = 65 \text{ мН}, \quad N_2 = 15 \text{ мН}; \quad (2) \quad t_k = 4 \text{ с}; \quad (3) \quad M_0 \geq 1,4 \text{ г}$$

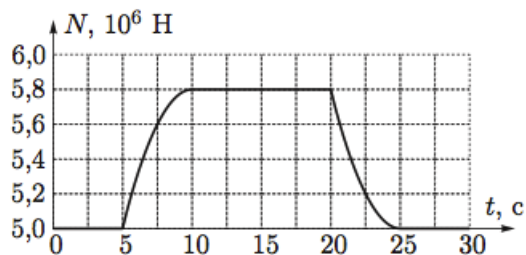
ЗАДАЧА 17. («Максвелл», 2017, финал, 8) Поезд длиной $l = 210$ м проезжает по мосту со скоростью v . Под одной из двух опор моста установлен датчик, измеряющий силу реакции опоры N .



Зависимость показаний датчика от времени $N(t)$ приведена на рисунке справа. Определите:

- 1) под какой из опор находится датчик;
- 2) массу моста M ;
- 3) массу поезда m ;
- 4) длину моста L ;
- 5) скорость поезда v .

Мост и поезд считайте однородными, $g = 10$ Н/кг.



$$1) \text{ A; } 2) \text{ M} = 1000 \text{ т; } 3) \text{ m} = 70 \text{ т; } 4) \text{ L} = 7 \text{ км; } 5) \text{ v} = 0,8 \text{ м/с}$$